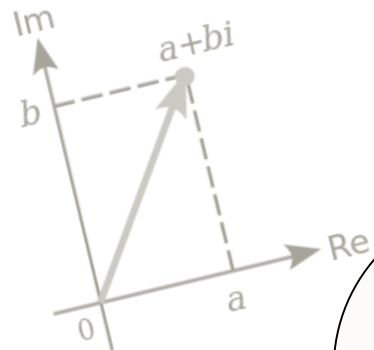




BRAINSTORM
T E M U C O



MATEMÁTICA

Números complejos

Docentes: Montserrat Guerrero - Susana Hueicha

Cursos: Tercero Medio A - Tercero Medio B

Temuco, Agosto de 2020



Unidad Imaginaria y Potencia de i

$$\sqrt{-1} = i$$

$$i^2 = -1$$

Números Imaginarios (II)

Definiciones:

- Todos los números de la forma bi , siendo b un número real e i (unidad imaginaria).
- Es el producto de entre un número real y la unidad imaginaria.

$$\mathbb{I} = \{ \dots - 3i, 11i, i\sqrt{7}, \dots \}$$

Unidad Imaginaria

$$\sqrt{-1} = i$$

Propiedad de la
Unidad Imaginaria

$$i^2 = -1$$

Potencias de i

$$i^1 = i$$

$$i^5 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^6 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^7 = -i$$

$$i^4 = 1$$

$$i^8 = 1$$

$$i^{4k+0} = 1$$

$$i^{4k+2} = -1$$

Potencias de i

En general, se tiene que para todo número k que pertenezca al conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$)

$$i^{4k+1} = i$$

$$i^{4k+3} = -i$$

Ejercicios

$$\bullet \quad i^{12} = i^{4 \cdot 3 + 0} = 1$$

$$\bullet \quad i^{13} = i^{4 \cdot 3 + 1} = i$$

$$\bullet \quad i^{23} = i^{4 \cdot 5 + 3} = -i$$

$$\bullet \quad i^{102} = i^{4 \cdot 25 + 2} = -1$$

Múltiplos de 4:

4

8

12

16

20

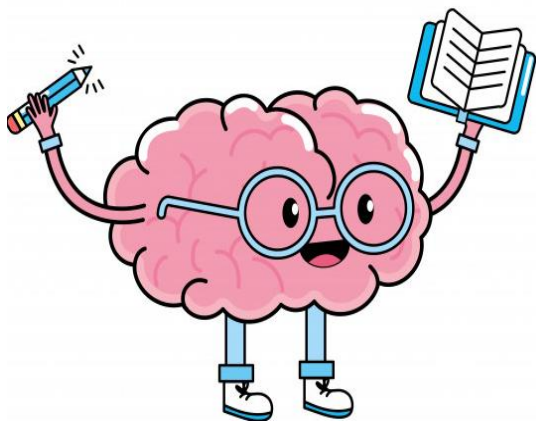
24

30

36

40

etc...



$$z = 2i - 6$$

Números Complejos

$$z = a + bi$$

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a} i$$

Raíz cuadrada de números negativos

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a} i \quad \forall a > 0$$

Ejemplo 1:

$$\begin{aligned}\sqrt{-13} &= \sqrt{13 \cdot -1} \\ &= \sqrt{13} \cdot \sqrt{-1} \\ &= \sqrt{13} \cdot i \\ &= \sqrt{13} i\end{aligned}$$

Ejemplo 2:

$$\begin{aligned}\sqrt{-18} &= \sqrt{18 \cdot -1} \\ &= \sqrt{18} \cdot \sqrt{-1} \\ &= \sqrt{18} i \\ &= \sqrt{9 \cdot 2} i \\ &= \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} i \\ &= 3\sqrt{2} i\end{aligned}$$

Números Complejos

$$z = a + bi$$

tal que $a, b \in \mathbb{R}$

A esta notación se denomina
representación binomial

$$z = (a, b)$$

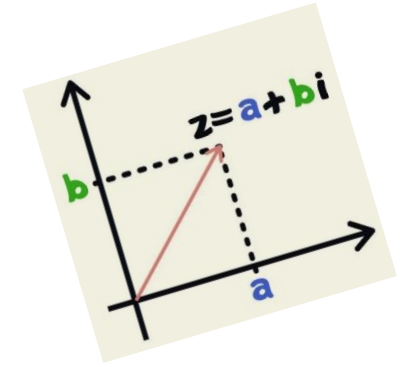
A esta notación se denomina
representación cartesiana

Ejemplos

$$z = 2 + 3i; \quad z = -1 + 2,4i; \quad z = 6 + i\sqrt{3}$$

$$z = (2, 3) \quad z = (-1; 2, 4) \quad z = (6, \sqrt{3})$$





Representaciones de Números Complejos

$Im(Z)$

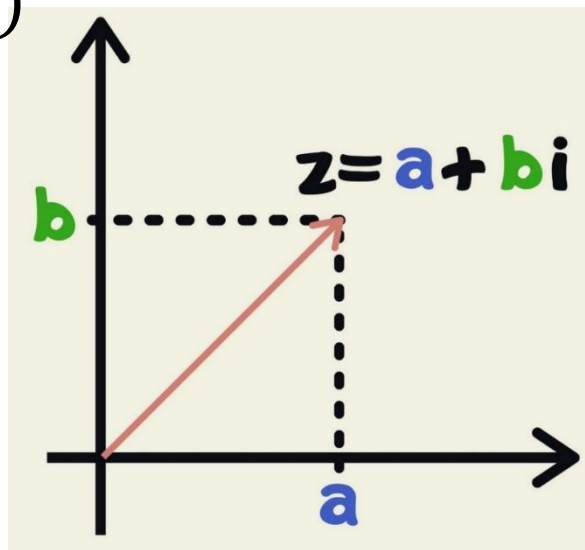
$Re(Z)$

$$z = 3i + 2$$

Representación gráfica de z

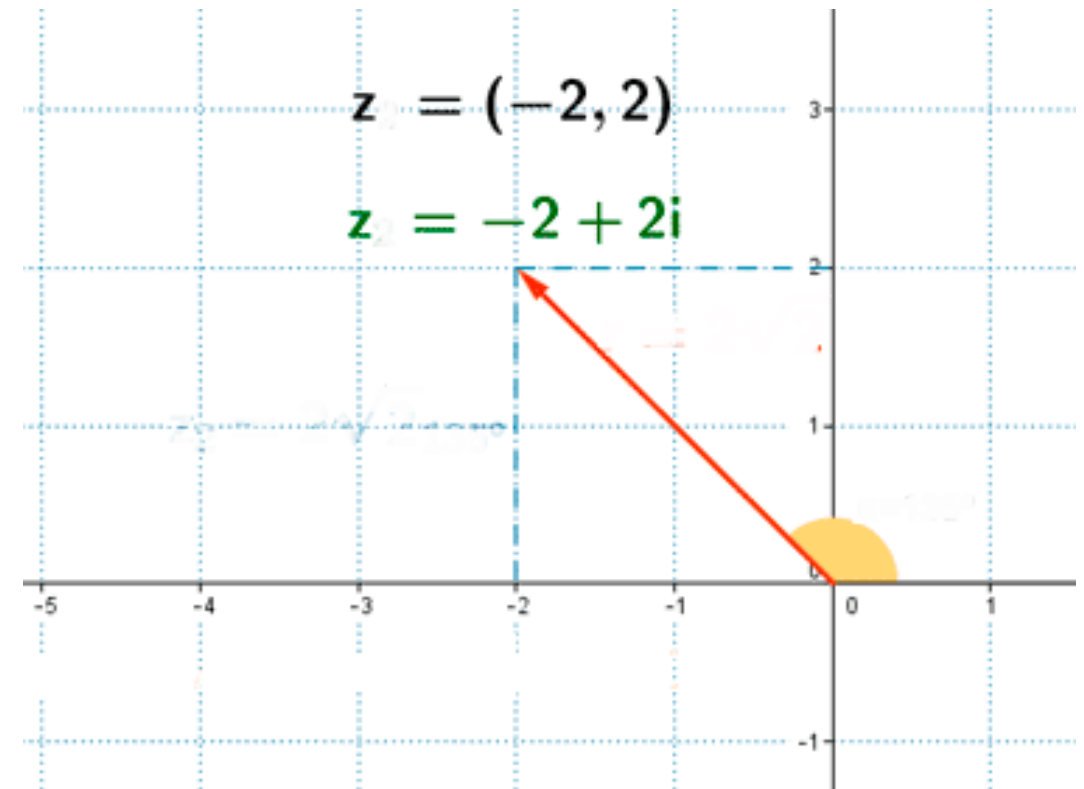
Un número $z = a + bi$ se puede graficar en el plano complejo, mediante el vector generado por la representación cartesiana (a, b)

$Im(Z)$



$Re(Z)$

Ejemplo



Tipos de números complejos

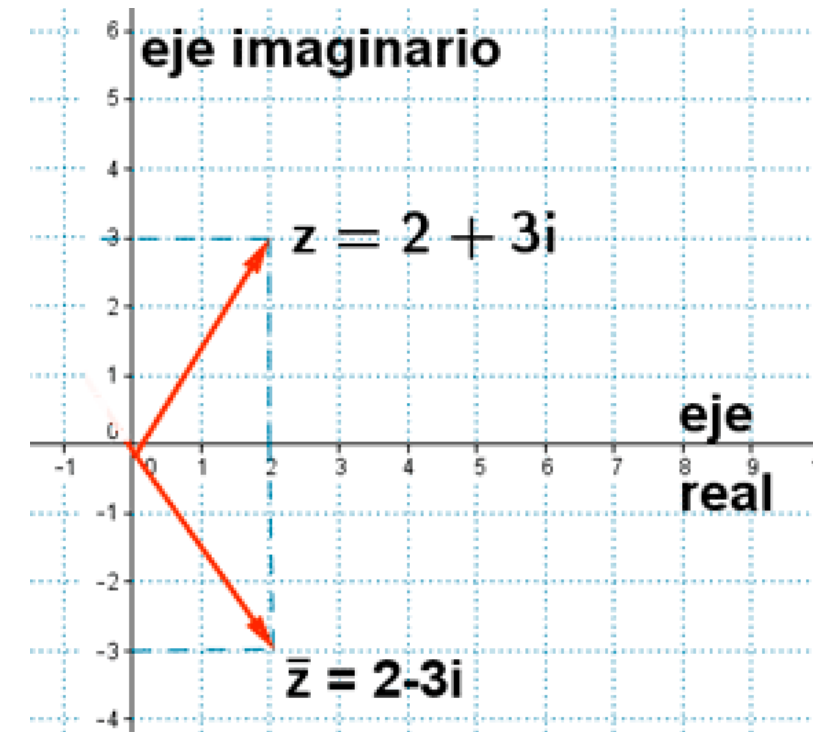
Nombre	Número complejo	Ejemplo
Complejo Imaginario Puro	Si $a = 0$, entonces $z = bi$	$z = 3i$
Complejo Real puro	Si $b = 0$, entonces $z = a$	$z = 2$
Complejo	Si $a \neq 0$ y $b \neq 0$ entonces $z = a + bi$	$z = 3i + 2$

Conjugado de un número complejo ($\bar{z}$)

Dos números complejos son **conjugados** si sus partes reales son iguales y sus partes imaginarias son opuestas aditivos.

Sea el complejo $z = a + bi$, su conjugado es $\bar{z} = a - bi$

Sea el complejo (a, b) ; su conjugado es $(a, -b)$



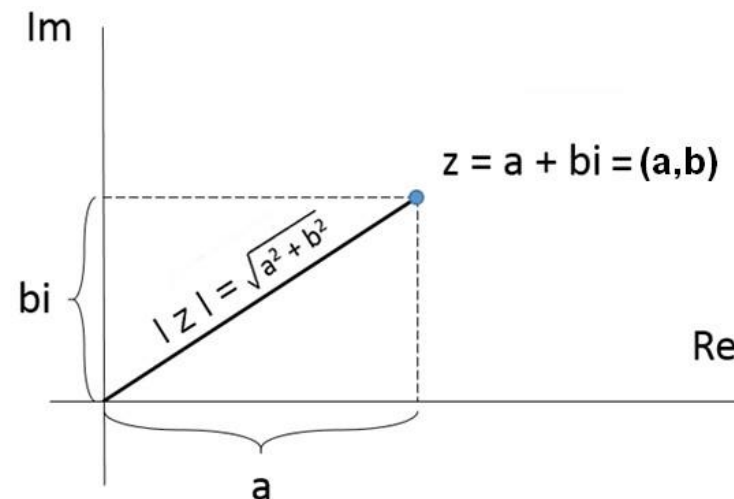
Inverso Aditivo ($-z$)

Sea el número complejo $z = a + bi$ su **Inverso Aditivo** es $-z = -a - bi$

Para obtener el inverso aditivo, simplemente hay que cambiar el signo a la parte real e imaginaria del complejo.

Módulo de un complejo $|z|$

Equivale a la **longitud o magnitud del vector** que representa al número complejo en el plano de Argand.



Sea el número complejo $z = a + bi$, el módulo de z es $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Ejemplo:

Sea el complejo $z = 2 + 3i$, su módulo es $|z| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

Para obtener el módulo de un complejo, se determinan la parte real y la parte imaginaria y se reemplazan en la fórmula $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, donde a representa la parte real y b representa la parte imaginaria.

PPT N°4 Julio

Operatoria con Números Complejos

Adición y Sustracción de números complejos

Adición

Sean los complejo $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

Sustracción

Sean los complejo $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$$

Ejemplo 1: Sean los números complejos $z_1 = -2 - 5i$ y $z_2 = 7 - 5i$

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (-2 + 7) + (-5 - 5)i \\ &= 5 - 10i = (5, -10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 &= (-2 - 7) + (-5 - (-5))i \\ &= -9 + 0i = (-9, 0) \end{aligned}$$

Ejemplo 2: Sean los números complejos $z_1 = \sqrt{3} + 2i$; $z_2 = 4\sqrt{3} - 6i$ y $z_3 = 2\sqrt{3} + 5$

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 + z_3 &= (\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) + (2 - 6 + 5)i \\ &= 7\sqrt{3} + i = (7, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 - z_3 &= (\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) + (2 - (-6) - 5)i \\ &= -5\sqrt{3} + 3i = (-5, 3) \end{aligned}$$

Ponderación por un escalar

$$c(a + bi) = ca + cai$$

Ejemplo: Sea $z = 2 - 5i$ y el escalar $c = 7$

$$c(a + bi) = 7(2 - 5i) = 7 \cdot 2 - 7 \cdot 5i = 14 - 35i$$

Multiplicación SIN fórmula

Se debe multiplicar las representaciones binomiales término a término.

$$i^2 = -1$$

Ejemplo: Sean los números $z_1 = 3 + 5i$ y $z_2 = 2 + 3i$

$$z_1 \cdot z_2 = (3 \cdot 2 - 5 \cdot 3) + (3 \cdot 3 + 5 \cdot 2)i = (6 - 15) + (9 + 10)i = -9 + 19i$$

Multiplicación CON fórmula

Sean los números $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$.

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

División SIN fórmula

Se amplifica cada número complejo por el conjugado del segundo número complejo

Ejemplo: Sean los números complejos $z_1 = -2 + 3i$ y $z_2 = 1 + 2i$

$$z_1 \div z_2 = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_2} = \frac{(-2 + 3i)}{(1 + 2i)} \cdot \frac{(1 - 2i)}{(1 - 2i)} = \frac{-2 + 4i + 3i + 6}{1 - 2i + 2i - 4i^2} = \frac{4 + 7i}{5} = \frac{4}{5} + \frac{7i}{5}$$

División CON fórmula

Sean $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$.

$$z_1 \div z_2 \Rightarrow \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow \frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} i$$

$$i^2 = -1$$

PARA PODER ESTUDIAR: Realiza tu propio **MAPA MENTAL O DE ESTUDIO** con los contenidos del ppt. **Siguiendo el ejemplo del dibujo.**

Puedes hacer diversos mapas según el contenido. Estos te ayudarán a ordenar los contenidos y comprenderlos mucho mejor.

NO HAY MAPAS MAL HECHOS, tu debes entender lo que estudias y esta una forma personal de ordenar el contenido que te enseñan. puedes hacerlo con palabras, dibujos, diversos colores etc...



¿Que debe llevar tu mapa mental o de estudio? / INSTRUCCIONES

1° Practica los ejercicios (anota un ejemplo de cada uno de ellos en tu mapa de estudio).

2° Revisa tus errores y anótalos (así los recuerdas y no los vuelves a repetir).

3° Domina los conceptos claves, es importante que manejes un lenguaje matemático, anótalos para recordarlos.

4° Consulta tus dudas, así al tener mas claro que te causa diversas dudas, puedes escribir a tus profesoras y aclarar aquello que no te deja avanzar.

5° Identifica aquello que te causa distracción, anótalo en tu mapa y sácalo al momento de estudiar. Así podrás identificar aquello que no te deja concentrarte y avanzar exitosamente.

6° Crea un diccionario matemático, aquí puede anotar diversas palabras que no entiendes y buscar su significado.

MAPA MENTAL

- PROGRESIVO
- ESTRUCTURADO
- GRAMÁTICA
- IMAGINATIVO

PLAN

- INMERSIÓN
- VIAJE

APRENDIZAJE ← AMOR = CURIOSIDAD INSACIABLE

JUGAR

- ENTRETENIDO
- IMAGINATIVO
- DIVERTIDO
- SECCIONES DIFERENTES
- PALABRAS

IMITACIÓN

- CEREBRO
- PRINCIPIO
- VOCA BULARIO
- GRADO
- ASOCIACIONES
- ANEXO
- HECHO

ERRORES

- DIVERTIRSE
- SUPERAR
- PERSEVERAR

VIVIR

- EN EL EXTRANJERO
- VIAJE

APRENDER UN IDIOMA

